

E

Modèles formels

E.1 Modèle couplé de l'agent copépode

Le modèle couplé DEVS du copépode est divisé en cinq modèles DEVS atomiques :

1. activité (*Acti*),
2. perception (*Perc*),
3. gestion des rebonds (*Rebo*),
4. gestion de l'énergie (*Ener*),
5. direction aléatoire (*Alea*).

Ce modèle possède la structure suivante :

$$\text{Copepode} = \langle X, Y, D, \{M_d | d \in D\}, EIC, EOC, IC \rangle$$

où :

$$X = \{ (\text{incop}_1, \text{liste}(L)), (\text{incop}_2, \text{limites}(x, y, z)) \}$$
$$Y = \{ (\text{outcop}_1, \text{liste}?(P)), (\text{outcop}_2, \text{limites}?(P, \vec{D})), (\text{outcop}_3, \text{eat}(p)) \}$$

$$D = \{ \text{Acti}, \text{Perc}, \text{Rebo}, \text{Ener}, \text{Alea} \}$$

$$EIC = \{ ((\text{Copepode}, \text{incop}_1), (\text{Perc}, \text{inper}_1)), \\ ((\text{Copepode}, \text{incop}_2), (\text{Rebo}, \text{inreb}_1)) \}$$

$$EOC = \{ ((\text{Perc}, \text{outper}_2), (\text{Copepode}, \text{outcop}_1)), \\ ((\text{Rebo}, \text{outreb}_2), (\text{Copepode}, \text{outreb}_2)), \\ ((\text{Acti}, \text{outact}_4), (\text{Copepode}, \text{outcop}_3)) \}$$

$$IC = \{ ((\text{Perc}, \text{outper}_1), (\text{Acti}, \text{inact}_1)), \\ ((\text{Rebo}, \text{outreb}_1), (\text{Acti}, \text{inact}_2)), \\ ((\text{Alea}, \text{outale}_1), (\text{Acti}, \text{inact}_5)), \\ ((\text{Alea}, \text{outale}_2), (\text{Reb}, \text{inreb}_3)), \\ ((\text{Acti}, \text{outact}_1), (\text{Perc}, \text{inper}_2)), \\ ((\text{Acti}, \text{outact}_2), (\text{Rebo}, \text{inreb}_2)), \\ ((\text{Acti}, \text{outact}_3), (\text{Ener}, \text{inene})), \\ ((\text{Ener}, \text{outene}_1), (\text{Acti}, \text{inact}_3)),$$

$$((Ener, outene_2), (Acti, inact_4)) \}$$

E.2 Modèle atomique de perception

Le modèle de perception est un modèle DEVS atomique avec la structure suivante :

$$perception = \langle X, Y, S, \delta_{int}, \delta_{ext}, \lambda, ta \rangle$$

où :

$$\begin{aligned} X &= \{ ((inper_1, vu?(P, \vec{D}, \Phi)), (inper_2, liste(L))) \} \\ Y &= \{ ((outper_1, liste?(P, \vec{D})), (outper_2, vu(A, \Phi))) \} \\ S &= (\phi, p, \vec{d}) \\ &\text{où } \phi \text{ est le n-uplet } \{idle, question, requete, reponse\} \end{aligned}$$

Les fonctions d'avancement du temps sont :

$$\begin{aligned} ta(idle, p, \vec{d}) &= \infty : \text{le modèle attend un évènement.} \\ \delta_{ext}((Idle, p, \vec{d}), vu?(P, \vec{D}, \Phi)) &= (question, P, \vec{D}) \\ ta(question, P, \vec{D}) &= 0 \\ \lambda(question, P, \vec{D}) &= (liste?(P, \vec{D})) \\ \delta_{int}(question, P, \vec{D}) &= (requete, P, \vec{D}) \\ ta(requete, P, \vec{D}) &= \infty \\ \delta_{ext}((requete, P, \vec{D}), liste(L)) &= (reponse, P, \vec{D}) \\ ta(reponse, P, \vec{D}) &= 0 \\ \delta_{int}(reponse, P, \vec{D}) &= (idle, P, \vec{D}) \end{aligned}$$

Nous exprimons ici le calcul des attributs de la fonction de sortie :

$$\begin{aligned} \lambda(reponse) &= vu(A', chasse) \text{ si } \exists A / A \in L, \vec{PA} \cdot \vec{D} \geq 0, \|\vec{PA}\| < r \\ &\text{où } A \text{ est la position de la proie, } L \text{ une liste de positions de cellules envoyée par} \\ &\text{l'environnement, } P \text{ la position du copépode, } r \text{ la distance de perception, } A' = P + \\ &\vec{d} \cdot (\|\vec{PA}\| - r') \text{ et } r' \text{ la distance de capture.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda(reponse) &= vu(A', capture) \text{ si } \exists A / A \in L, \vec{PA} \cdot \vec{D} \geq 0, \|\vec{PA}\| < r' \text{ avec } A' = P, \\ &\text{ce qui implique que le modèle d'activité ne modifie pas le position du copépode à la} \\ &\text{réception de l'évènement } vu(A', capture). \end{aligned}$$

$$\lambda(reponse) = view(A', cherche)$$

si $\exists A / A \in L, \vec{PA} \cdot \vec{D} \geq 0$, c'est-à-dire si la cellule est devant lui.

et si $l \leq r \mid l = |((\vec{PA} \wedge \vec{D}) \wedge \vec{D}) \cdot \vec{PA}|$,

alors $f = \sqrt{r^2 - \|\vec{PP}'\|^2} - \sqrt{\|\vec{PA}\|^2 - \|\vec{PP}'\|^2}$ où P' est la projection de P sur le vecteur \vec{D} et $A' = P + f \cdot \vec{D}$

Si les deux conditions précédentes ne sont pas vérifiées alors :

$\lambda(reponse) = vu(nil, rien)$ Le modèle de perception informe le modèle d'activité qu'il ne perçoit rien.

E.3 Modèle atomique de gestion des rebonds

Le modèle de gestion des rebonds est un modèle atomique DEVS avec la structure suivante :

$$gestion\ des\ rebonds = \langle X, Y, S, \delta_{ext}, \delta_{int}, \lambda, ta \rangle$$

où :

$$\begin{aligned} X &= \{ (inreb1, trajectoire(P, \vec{D}, v)), (inreb2, limite(A)), (inreb3, cancel) \} \\ Y &= \{ (outreb1, limites?(P, \vec{D})), (outreb2, rebond(A, \vec{D})) \} \\ S &= (\Phi, P, \vec{D}, v) \text{ avec } \Phi = \{ Idle, question, requete, reponse \} \\ \delta_{ext}((Idle, P, \vec{D}, v), trajectoire(P, \vec{D}, v)) &= (question, P, \vec{D}, v) \\ \delta_{ext}(requete, P, \vec{D}, v, limite(A)) &= (reponse, P, \vec{D}, v) \\ \delta_{int}(question, P, \vec{D}, v) &= (requete, P, \vec{D}, v) \\ \delta_{int}(reponse, P, \vec{D}, v) &= (Idle, P, \vec{D}, v) \\ \lambda(question, P, \vec{D}, v) &= limites?(P, \vec{D}) \\ \lambda(reponse, P, \vec{D}, v) &= (rebond(A, \vec{D}')) \text{ avec } \vec{D}' \text{ généré aléatoirement tel que le copé-} \\ &\text{pode se dirige dans l'espace et } A \text{ les coordonnées de l'intersection de la trajectoire} \\ &\text{du copé-pode avec un plan limite de l'espace.} \\ ta(Idle, P, \vec{D}, v) &= \infty \text{ i.e attente d'une interogation.} \\ ta(requete, P, \vec{D}, v) &= \infty \text{ i.e attente de la réponse de l'environnement.} \\ ta(question, P, \vec{D}, v) &= 0 \text{ la question à l'environnement est instantanée.} \\ ta(reponse, P, \vec{D}, v) &= f/v \text{ où } v \text{ et la vitesse du copé-pode. La réponse au modèle} \\ &\text{d'activité est effectuée quand le copé-pode atteint un bord.} \\ \delta_{ext}(reponse, P, \vec{D}, v, cancel) &= (Idle, P, \vec{D}, v) \text{ Le modèle de changement de di-} \\ &\text{rection aléatoire vient annuler le rebond.} \end{aligned}$$

E.4 Modèle atomique de changement de direction aléatoire

Le modèle de changement de direction aléatoire est un modèle atomique DEVS qui a la structure suivante :

$$Direction\ aleatoire = \langle Y, S, \delta_{int}, \lambda, ta \rangle$$

où :

$$\begin{aligned} Y &= \{ (outale_1, alea), (outale_2, cancel) \} \\ S &= \{ attend, genere \} \\ \lambda(genere) &= (outale_1, alea) \\ \lambda(genere) &= (outale_2, cancel) \end{aligned}$$

$\delta_{int}(genere) = (attend)$
 $ta(attend) = c$ avec $c = random()$ (tirage aléatoire uniforme) et $0 < c < c_{max}$ où c_{max} est la durée maximale avant un changement de direction.
 $\delta_{int}(attend) = (genere)$
 $ta(genere) = 0$

E.5 Modèle atomique de gestion de l'énergie

Le modèle de gestion de l'énergie est un modèle DEVS atomique de la forme :

$$gestion\ energie = \langle X, Y, S, \delta_{int}, \delta_{ext}, \lambda, ta \rangle$$

où :

$X = \{ (inene, energie(q)) \}$
 $Y = \{ (outene_1, satiete(s)), (outene_2, mort) \}$ avec s un booléen.
 $S = \{ (faim, \chi), (nonfaim1, \Lambda), (nonfaim2, \Lambda), (mort, \Lambda) \}$
 avec $\Lambda = \{ X1, X2, X3, X4, X5 \}$

l'ensemble des variables du système d'équations décrit en annexe B.

$\delta_{ext}((faim, \Lambda), energie(q)) = (faim, \Lambda)$ si $X1 < \alpha$ avec α le seuil de satiété et $X1 = X1 + q$

$\delta_{ext}((hungry, \Lambda), energie(q)) = ((nonfaim1, \Lambda))$ si $X1 > \alpha$

$\delta_{ext}((nonfaim, \Lambda), energie(q)) = ((nonfaim2, \Lambda))$

$\delta_{int}((nonfaim1, \Lambda)) = ((nonfaim2, \Lambda))$

$\delta_{int}((nonfaim2, \Lambda)) = ((faim, \Lambda))$

$\delta_{int}((faim, \Lambda)) = ((mort, \Lambda))$ si $X2 < \beta$ avec β le seuil d'énergie minimal.

$\lambda((nonfaim1, \Lambda)) = satiete(true)$

$\lambda((nonfaim2, \Lambda)) = satiete(false)$

$\lambda((faim, \Lambda)) = (mort)$

$ta((nonfaim1, \Lambda)) = 0$

$ta((mort, \Lambda)) = \infty$

$ta((nonfaim, \Lambda)) = f()$ et $f()$ étant une fonction déduite du système d'équations du budget énergétique du copéode (voir équation C.4 de l'annexe C).

$ta((faim, \Lambda)) = f(X2, \beta)$

E.6 Modèle atomique de l'environnement

Le modèle de l'environnement est un modèle DEVS atomique de la forme :

$$environnement = \langle X, Y, S, \delta_{int}, \delta_{ext}, \lambda, ta \rangle$$

où :

$X = \{ (inenv_1, liste?(P, \vec{D})), (inenv_2, limite?(P, \vec{D})), (inenv_3, mange(p_i)) \}$

$Y = \{ (outenv_1, liste(L)), (outenv_2, limite(A)) \}$

$S = \{ (\Phi, E, P, \vec{D}) \}$

où $\Phi = \{Idle, demandeliste, demandelimites, tueparticule\}$

et $E = \{(E_x, E_y, E_z, H)\}$

avec :

$H = \{(p_ix, p_iy, p_iz, status_i)\}$ l'ensemble des particules de phytoplancton avec leurs coordonnées et leur statut tel que $status = mort, vif$ et $(i = 1..n)$ où n est le nombre de cellules dans l'environnement,

et E_x, E_y, E_z les coordonnées des limites maximum de l'espace.

L'environnement est interrogé par le modèle de perception et le modèle de gestion des rebonds. Le modèle d'activité l'informe également qu'une cellule de phytoplancton a été consommée. Le modèle de l'environnement peut donc subir trois transitions externes telles que⁹⁴ :

$$\delta_{ext}((Idle, E, P, \vec{D}), liste?(P, \vec{D})) = (demandeliste, E, P, \vec{D})$$

$$\delta_{ext}((Idle, E, P, \vec{D}), limites?(P, \vec{D})) = (demandelimites, E, P, \vec{D})$$

$$\delta_{ext}((Idle, E, P, \vec{D}), mange(p_i)) = (tueparticule, E_x, E_y, E_z, H, P, \vec{D}) \text{ où } p_i = (p_ix, p_iy, p_iz) \text{ et } (p_ix, p_iy, p_iz, status_i) \in H \text{ avec } status_i = mort.$$

Les états définis par les phases $\Phi = \{demandeliste, demandelimites, tueparticule\}$ sont transitoires, d'où :

$$ta(demandeliste, E, P, \vec{D}) = 0$$

$$ta(demandelimites, E, P, \vec{D}) = 0$$

$$ta(tueparticule, E, P, \vec{D}) = 0$$

L'état défini par la phase *tueparticule* n'engendre pas de fonction de sortie. La fonction de transition externe $mange(p_i)$ modifie donc l'état de l'environnement en attribuant la valeur *mort* à l'attribut de la cellule de phytoplancton considérée. Ensuite, l'environnement retourne en phase *Idle* d'où :

$$\delta_{int}(tueparticule, E, P, \vec{D}) = (Idle, E, P, \vec{D})$$

Pour les deux autres phases et avant le retour à l'état passif défini par la phase *Idle* avec $ta(Idle) = \infty$, une fonction de sortie peut être calculée telle que :

$$\lambda(demandeliste, E, P, \vec{D}) = liste(L) \text{ où } L \text{ est la liste des coordonnées des cellules de phytoplancton susceptibles d'être perçues par le copépoïde.}$$

$$\lambda(demandelimites, E, P, \vec{D}) = limites(A)$$

où

$A = (A_x, A_y, A_z)$ sont les coordonnées de l'intersection de la trajectoire du copépoïde avec les limites de l'espace telles que :

$$f = \min_{\{i \in x, y, z\}} (m_i - P_i; M_i - P_i) \text{ où } P_i \text{ sont les coordonnées du copépoïde,}$$

⁹⁴La variable e représentant le temps passé dans l'état n'apparaît pas du fait que le calcul des transitions externes ne l'utilise pas.

m_i, M_i les limites minimum et maximum de l'espace sur les trois axes (x, y, z) ,
et $A = P + f.\vec{D}$

E.7 Modèles atomiques de l'activité et de l'environnement reformalisés

Ici figure la reformalisation des modèles d'activité et de l'environnement du modèle *SAR*. Cette reformalisation est due au couplage avec un système d'équations différentielles. Le modèle de l'environnement est le même modèle atomique DEVS qu'au paragraphe E.6 tel que :

$$\text{environnement} = \langle X, Y, S, \delta_{int}, \delta_{ext}, \lambda, ta \rangle$$

Nous ajoutons à S l'ensemble des variables définissant l'état, trois autres variables :

cell le nombre de cellules de phytoplancton dans l'environnement ;
cop le nombre de copépodes interagissant avec l'environnement ;
date la date d'arrivée de l'évènement externe $\text{calcul}(cell, cop)$.

Nous complétons également l'ensemble des phases Φ avec *evaluate* et *init*. Nous avons donc maintenant :

$$\Phi = \{Idle, demandeliste, demandelimites, tueparticule, init, evaluate\}$$

À l'arrivée de l'évènement externe $\text{calcul}(cell, cop)$ ⁹⁵, le modèle de l'environnement réinitialise son état tel que :

$\delta_{ext}(Idle, E, P, \vec{D}, cell, cop, date), \text{calcul}(cell', cop')) = (init, E, P, \vec{D}, cell', cop', t)$ où t est la date d'arrivée de l'évènement externe. Le nombre de cellules contenues dans l'ensemble E devient égal à $cell$. Les coordonnées de chaque cellule sont tirées aléatoirement selon une loi qui dépend de la nature de la distribution spatiale. Les détails de ces distributions sont donnés au paragraphe 5.2.2 page 139.

Après cette transition externe, le nouvel état a un avancement du temps nul tel que :

$$ta(init, E, P, \vec{D}, cell, cop, date) = 0$$

Ceci lui permet d'effectuer une transition interne instantanée avant laquelle il génère une fonction de sortie, d'où :

$$\begin{aligned} \lambda(init, E, P, \vec{D}, cell, cop, date) &= init \\ \delta_{int}(init, E, P, \vec{D}, cell, cop, date) &= (Idle, E, P, \vec{D}, cell, cop, date) \end{aligned}$$

Les fonctions suivantes formalisent la vérification par le modèle de l'environnement que la durée simulée par le *SAR* n'est pas supérieure à la durée nécessaire pour calculer g :

⁹⁵Nous remplaçons ici la notation $\text{calcul}(N, P)$ par $\text{calcul}(cell, cop)$ pour qu'il n'y ait pas de confusion entre P la position du copépode et cop , le nombre de copépodes.

$$\delta_{int}(demandeliste, E, P, \vec{D}, cell, cop, date) = (Idle, E, P, \vec{D}, cell, cop, date)$$

si $t - date < T$, c'est le comportement défini précédemment sinon :

$$\delta_{int}(demandeliste, E, P, \vec{D}, cell, cop, date) = (evaluate, E, P, \vec{D}, cell, cop, date)$$

avec t la date de transition et T le temps de simulation du modèle agent.

Si le temps de simulation a été suffisant, alors le modèle de l'environnement émet une fonction de sortie $valeur(g)$. Il effectue cette opération instantanément d'où :

$$ta(evalue, E, P, \vec{D}, cell, cop, date) = 0$$

$\lambda(evalue, E, P, \vec{D}, cell, cop, date) = valeur(g)$ où $g = cell_d / (cop \times (t - date))$ avec $cell_d$ le nombre de cellules ayant le statut *dead*.

$$\delta_{int}(evalue, E, P, \vec{D}, cell, cop, date) = (Idle, E, P, \vec{D}, cell, cop, date)$$

Une fois la fonction de sortie émise, le modèle de l'environnement revient dans un état passif. Il peut donc recevoir une nouvelle interrogation d'un copépode. Comme la condition $t - date < T$ sera toujours vraie, alors il émettra autant de valeurs de g qu'il y a de copépodes actifs dans le système. Comme nous l'avons vu avec le modèle *NP*, seule la dernière valeur sera prise en compte dans le schéma d'intégration numérique. De fait, tous les copépodes se trouvent alors dans un état passif, ainsi que l'environnement ; seule l'arrivée d'un évènement $calcule(N, P)$ peut relancer le SMA. C'est le rôle de l'évènement *init* envoyé à tous les copépodes. Le modèle du copépode est donc sensiblement le même que précédemment (paragraphe 3.5.2 page 71) avec un élément de plus pour l'ensemble des *EIC* correspondant au port de connexion interne permettant au modèle d'activité de recevoir l'évènement *init* :

$$EIC = \{ ((Copepode, incop_1), (perception, inper_1)), \\ ((Copepode, incop_2), (gestion rebonds, inbounce_1)), \\ ((Copepode, incop_3), (activite, inact_6)) \}$$

Ainsi le modèle d'activité possède un nouveau port d'entrée, d'où son ensemble X modifié comme suit :

$$X = \{ (inact_1, vu(A, phase)), (inact_2, bounce(A, \vec{D})), \\ (inact_3, dead), (inact_4, satiete(s)), (inact_5, alea()), (inact_6, init) \}$$

À la réception de l'évènement *init*, le modèle d'activité des copépodes actifs réinitialise leur état :

$$\delta_{ext}(S, init) = (init, P, \vec{D}) \forall S$$

