

## B

# *Modèle mathématique de l'ingestion de proies par le copépo*

Le modèle présenté ici a été développé par P. Caparroy [CC96]. Il synthétise les différents modèles développés jusqu'à présent en résumant à l'aide de cinq équations différentielles interdépendantes l'activité métabolique du copépo à partir de l'ingestion de proies. Le modèle est le suivant :

$$\frac{dX_1}{dt} = I - A - F \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{dX_2}{dt} = A - \frac{C}{M_N} \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{dX_3}{dt} = F - G \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{dX_4}{dt} = G \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{dX_5}{dt} = C \quad (\text{B.5})$$

Les deux quantités qui nous intéressent plus particulièrement sont décrites par  $X_1$  et  $X_2$ . La première constitue le chyme alimentaire (*i.e.* la quantité de proies en cours de digestion dans l'estomac) soumis au processus de digestion. La seconde représente la fraction de chyme ayant franchi la barrière intestinale et mise à disposition des processus métaboliques. C'est donc l'énergie disponible pour le copépo. La liste suivante nous donne la signification de l'ensemble des variables du modèle, les concentrations sont exprimées en azote et le temps en seconde :

- $X_1$  concentration en proies dans l'estomac,
- $X_2$  concentration en proies assimilées,
- $X_3$  concentration en pelotes fécales dans le tractus digestif,
- $X_4$  concentration en pelotes fécales évacuées,
- $X_5$  énergie dépensée exprimée en azote,
- $I$  taux d'ingestion,
- $A$  taux d'assimilation,

$F$  taux de formation de pelotes fécales,  
 $G$  taux d'égestion,  
 $C$  taux d'excrétion total,  
 $M_N$  masse en azote de la proie,

La variable  $I$  décrit le processus de capture du copépode en fonction de sa satiété et de l'environnement.  $I$  est alors directement liée à la capacité de rencontre du copépode avec ses proies. Dans le modèle original, cette variable est calculée par la fonction mathématique suivante :

$$I = (\beta_{behaviour} + \beta_{turbulence} N_p F_A) \quad (\text{B.6})$$

avec :

- $\beta_{behaviour}$  la contribution du « comportement ». Celle-ci est fonction du rayon de perception du copépode, de la taille des proies et la différence de vitesse de nage entre le copépode et les proies,
- $\beta_{turbulence}$  la contribution de la turbulence,
- $N_p$  la densité des proies dans le milieu,
- $F_A$  une mesure de l'activité de nutrition dépendant de la quantité de nourriture dans l'estomac du copépode et de la densité des proies dans le milieu.

Dans le modèle original, ce sont les expressions de  $\beta_{behaviour}$  et  $\beta_{turbulence}$  qui modélisaient le « comportement » du copépode. Dans notre travail, nous avons choisi une approche mécaniste en modélisant explicitement l'évènement de rencontre entre proies et prédateurs (voir annexe C pour les implications sur le modèle mathématique). Nous avons choisi de conserver trois des processus modélisés par P. Caparoy : la satiété, la vidange de l'estomac et l'excrétion. Ce sont ces processus qui gouvernent « l'appétit » du copépode. Le tableau B.1 présente les processus modélisés. Les valeurs des différents paramètres sont données par le tableau B.2.

TAB. B.1 – Expressions mathématiques des processus représentés dans le modèle (d'après [CC96]).

<b>Satiété</b>	
Fonction de satiété	$C_s = 1 - \left( \frac{V_p \frac{X_1}{M_N}}{0,66V_i} \right)^2$
<b>Vidange de l'estomac</b>	
Taux d'assimilation	$A = C_a Z_i$
Efficacité d'assimilation	$C_a = 1 - e^{-aT_i}$
Taux de vidange de l'intestin	$Z_i = \frac{X_1}{T_i}$
Temps de transit intestinal	$T_i = \frac{t_{min} t_{max}}{\left( \frac{X_1 V_p}{V_i} (t_{max} - t_{min}) \right) + t_{min}}$
Taux de formation des pelotes fécales	$F = 1 - C_a Z_i$
Taux d'egestion (élimination de matière azotée)	$G = \frac{V_{pf}}{V_p dt} \text{ si } V_p X_3 < V_{pf}$
	$G = 0 \text{ si } V_p X_3 \geq V_{pf}$
<b>Excretion</b>	
Taux d'excrétion total	$C = C_{st} + C_{sda} + C_n$
Excrétion liée à l'activité métabolique standard	$C_{st} = f_1 W$
Excrétion liée à la digestion et à la croissance	$C_{sda} = f_2 A M_N$
Prédation suspensivore	$C_n = \frac{2N_m}{C_{cal} R_{ON} V_{mol}} Z(U)$
Coût catabolique de la nage à une vitesse $U$	$Z(U) = \frac{P(U)}{E_{mec} E_m}$
Puissance mécanique d'un copépode nageant à la vitesse $U$	$P(U) = \frac{k}{2} \rho^{1-n} L^{-n} U^{3-n} \mu^n$

TAB. B.2 – Valeurs des paramètres du modèle (d'après [CC96]).

Symbole	Paramètre	Valeur	Unité
$a$	Taux de digestion spécifique du contenu azoté des proies	$4,4 \cdot 10^{-4}$	$s^{-1}$
$t_{min}$	Temps de transit intestinal minimal	2100	$s$
$t_{max}$	Temps de transit intestinal maximal	3900	$s$
$V_p$	Volume d'une proie	7,5	$\mu m^3$
$V_i$	Volume de l'intestin moyen	$3,5 \cdot 10^{-6}$	$cm^3$
$Z_{pf}$	Volume d'une pelote fécale	$2 \cdot 10^{-7}$	$cm^3$
$f_1$	Coefficient de proportionnalité entre le poids et le métabolisme standard	$35 \cdot 10^{-6}$	$min^{-1}$
$f_2$	Coefficient d'action dynamique spécifique	0,28	sans dimension
$W$	Poids d'azote de <i>A. Tonsa</i>	738	$ng$
$V_p$	Volume de la proie	$1,7 \cdot 10^{-6}$	$mm^3$
$M_N$	Masse d'azote de la proie <i>T. weissflogii</i>	25	$pg$
$N_m$	Masse molaire de l'azote	14	$g$
$C_{cal}$	Coefficient oxycalorique	20,3	$KJ.lO_2^{-1}$
$R_{ON}$	Rapport atomique Oxygène consommé / Azote ammoniacal excrété	8	sans dimension
$V_{mol}$	Volume molaire d'un gaz parfait	22,4	$l$
$E_{mec}$	Efficacité mécanique de la nage d'un copépode	0,3	sans dimension
$E_n$	Efficacité musculaire (métabolique) d'un copépode	0,25	sans dimension
$k$	Coefficient empirique reliant le coefficient de frottement au nombre de Reynolds	85,2	sans dimension
$\rho$	Densité de l'eau de mer	1,024	$g.cm^3$
$n$	Coefficient empirique reliant le coefficient de frottement au nombre de Reynolds	0,8	sans dimension
$L$	Longueur céphalotoracique de <i>A. Tonsa</i>	820	$\mu m$
$U$	Vitesse de nage de <i>A. Tonsa</i>	0,2	$cm.s^{-1}$
$\mu$	Viscosité dynamique de l'eau de mer	$119 \cdot 10^{-4}$	$gcm^{-1}s^{-1}$